


Projektovanje elektronskih kola

**Prof. dr Predrag Petković,  
dr Miljana Milić, docent**

**Katedra za elektroniku  
Elektronski fakultet Niš**

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation  
<http://leda.elfak.ni.ac.yu/>  
23.03.2020.




1

Projektovanje elektronskih kola

**Sadržaj:**

1. Uvod - osnovni pojmovi
2. Stilovi projektovanja i izrade prototipova
3. Projektovanje analognih kola
4. Osnove fizičkog projektovanja  
(projektovanje štampanih ploča)
5. Projektovanje digitalnih kola (vežbe)

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation  
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>  
23.03.2020.



2

**Da se podsetimo** Projektovanje elektronskih kola

Koji su koraci potrebni da bi se projektovala analogna kola?

1. Naučiti osobine pojedinih analognih kola (pojačavači,...)
2. Izabrati pravu topologiju za dati zadatak (strukturno projektovanje).
3. Odrediti vrednosti parametara pojedinih komponenata (gm, R, C, L...)
4. Proveriti da li smo dobili željeni odziv.
5. Ako smo zadovoljni idemo na fizičko projektovanje

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation  
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>  
23.03.2020.



3

**Da se podsetimo** Projektovanje elektronskih kola


**Sušтина je u**

- određivanju vrednosti parametara pojedinih komponenata kola (sinteza) i
- proveriti da li je dobijen željeni odziv

Savremeni programi za optimizaciju imaju ugrađene algoritme koji omogućavaju da se vrednosti parametara određuju automatski. Zasnovani su na poređenju dobijenog i željenog odziva i korekciji parametara na bazi osetljivosti odziva na svaki parametar.

Za proveru se koriste programi za **analizu kola**.

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation  
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>  
23.03.2020.



4

## Šta podrazumeva?

Odrediti odziv kola kada je poznata pobuda.

Odziv: Nepoznati naponi i struje u kolu

Pobuda: Poznate struje i naponi u kolu

Analiza:

Odrediti nepoznate napone i struje u kolu ako je poznata pobuda i vrednosti elemenata kola

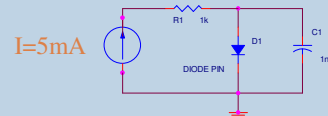
## Tipovi analize?

Zavisno od vrste pobude, ima smisla analizirati ponašanje kola u

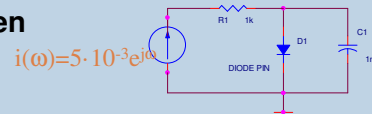
1. jednosmernom domenu (određivanje položaja jednosmerne radne tačke kola).
2. frekvencijskom domenu (frekvencijske karakteristike kola – amplitudska, fazna)
3. vremenskom domenu (talasni oblik napona/struja na izlazu kola pobuđenog impulsima poznatog talasnog oblika)

## Tipovi analize kola

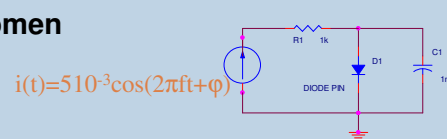
1. Jednosmerni domen (DC analiza)



2. Frekvencijski domen (AC analiza)



3. Vremenski domen (TR analiza)



## Tipovi analize?

Zavisno od vrste elemenata od kojih se kolo sastoji, različiti tip problema i metoda za analizu

1. Linearna otporna kola (R, linearni generatori, nezavisni i kontrolisani)
2. Linearna reaktivna kola (R, L, C, m, ...)
3. Nelinearna otporna (poluprovodničke komponente, R, ...)
4. Nelinearna reaktivna (poluprovodničke komponente, R, L, C, ...)

Da se podsetimo Analiza kola

Tipovi elektronskih kola	Tipovi analize kola
1. Linearna otporna R	1. Jednosmerni domen (DC analiza)
2. Linearna reaktivna L, C, m, ...	2. Frekvencijski domen (AC analiza)
3. Nelinearna otporna dioda, tranzistor, R, ...	3. Vremenski domen (TR analiza)
4. Nelinearna reaktivna dioda, tranzistor, R, L, C, ...	

23.03.2020. 9

Analiza kola

### Analiza elektronskih kola

1. Uvod
2. Analiza linearnih kola u DC domenu (jednosmerni režim)
3. Analiza linearnih kola u AC domenu (frekvencijski domen)
4. Analiza linearnih kola u TR domenu (vremenski domen)
5. Analiza nelinearnih kola u DC domenu
6. Analiza nelinearnih kola u TR domenu

23.03.2020. 10

Da se podsetimo Analiza kola

### Ponašanje nelinearnih kola u jednosmernom domenu opisuje se sistemom nelinearnih algebarskih jednačina

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + i_d(V_2) + \frac{V_2}{R_2} = 0$$

$$i_d(V_2) = I_s \left( e^{\frac{V_2}{V_T}} - 1 \right)$$

Tip kola i analize	Matematički model
4. Neinearna otporna u DC domenu	4. Nelinearne algebarske jednačine

23.03.2020.

Analiza kola

Matematički model	Način rešavanja sistema j-na
1. i 2. Linearne jednačine (realne i kompleksne)	1. i 2. LU faktorizacija (Gauss)
3. Linearne diferencijalne jednačine	3. Numeričko integraljenje - diskretizacija - svođenje na linearne algebarske (Euler)
4. Nelinearne algebarske jednačine	4. Linearizacija - iterativno svođenje na linearne algebarske (Newton-Kantorovič)
5. Nelinearne diferencijalne jednačine	5. Diskretizacija - svođenje na nelinearne algebarske i linearizacija - iterativno svođenje na linearne algebarske

23.03.2020.

Analiza kola

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + i_d(V_2) + \frac{V_2}{R_2} = 0$$

$$i_d(V_2) = I_s (e^{\frac{V_2}{V_T}} - 1)$$

$$y = f(x)$$

**Opšti slučaj linearizacije nelinearnog elementa**

$$y \cong f(x^m) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x^m} (x - x^m) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x=x^m} (x - x^m)^2 + \dots$$

$$y \approx f(x^m) + \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=x^m} (x - x^m)$$

$$y^{m+1} = f(x^m) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x^m} (x^{m+1} - x^m)$$

23.03.2020. 13

Analiza kola

$$y^{m+1} = f(x^m) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x^m} (x^{m+1} - x^m)$$

23.03.2020. 14

Analiza kola

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + i_d(V_2) + \frac{V_2}{R_2} = 0$$

$$i_d(V_2) = I_s (e^{\frac{V_2}{V_T}} - 1)$$

$$y = f(x)$$

**Opšti slučaj linearizacije nelinearnog elementa**

$$y^{m+1} = y(x^{m+1}) = f(x^m) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x^m} (x^{m+1} - x^m)$$

**Konkretno za  $i_d(V_2)$ :**

$$i_d^{m+1} = i_d(V_2^m) + \left. \frac{\partial i_d}{\partial V_2} \right|_{V_2=V_2^m} (V_2^{m+1} - V_2^m)$$

23.03.2020. 15

Analiza kola

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I$$

$$I = i_d(V_2) + \frac{V_2}{R_2}$$

**Linearizacija diode**

$$i_d = I_s (e^{\frac{V_2}{V_T}} - 1) = f(V_2)$$

$$i_d^{m+1} = I_s (e^{\frac{V_2^m}{V_T}} - 1) + \left. \frac{df}{dV_2} \right|_{V_2=V_2^m} (V_2^{m+1} - V_2^m) =$$

$$= I_s (e^{\frac{V_2^m}{V_T}} - 1) + \frac{I_s}{V_T} e^{\frac{V_2^m}{V_T}} (V_2^{m+1} - V_2^m) =$$

$$= i_d^m + G_d^m (V_2^{m+1} - V_2^m)$$

23.03.2020. 16

Analiza kola

$$\frac{1}{R_1} V_1^{m+1} - \frac{1}{R_1} V_2^{m+1} = I$$

$$-\frac{1}{R_1} V_1^{m+1} + \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + G_d \right) V_2^{m+1} = -i_d^m + G_d V_2^m$$

**Sistem linearnih algebarskih jednačina**

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + G_d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1^{m+1} \\ V_2^{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -i_d^m + G_d V_2^m \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{G}}^m \cdot \underline{v}^{m+1} = \underline{i}^m$$

23.03.2020. 17

Analiza kola

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I$$

$$I = i_d(V_2) + \frac{V_2}{R_2} = I_s (e^{\frac{V_2}{V_T}} - 1) + \frac{1}{R_2} V_2$$

**Grafička interpretacija problema**

23.03.2020. 18

Analiza kola

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I$$

$$I = i_d(V_2) + \frac{V_2}{R_2} = I_s (e^{\frac{V_2}{V_T}} - 1) + \frac{1}{R_2} V_2$$

**Grafička interpretacija problema**

$$I_s (e^{\frac{V_2}{V_T}} - 1) + \frac{V_2}{R_2} = I$$

$I = 5\text{mA}$

23.03.2020. 19

Analiza kola

23.03.2020.

Specifičnosti analize nelinearnih kola u DC domenu

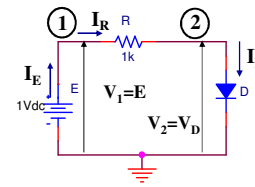
Linearizacija nelinearne karakteristike (tangantom) u radnoj tački.

Iterativno se približava tačnom rešenju do unapred definisane tačnosti.

Potrebno je definisati početno rešenje u nultoj iteraciji.

Rešenje se nađe u desetak iteracija – toliko puta treba formirati i rešiti sistem linearnih algebarskih jednačina.

Još jedan primer

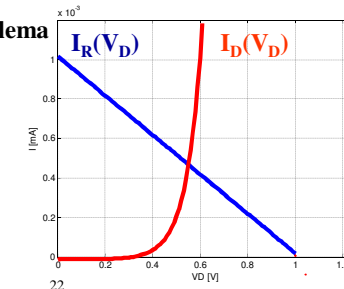


$$\begin{aligned} \frac{V_1 - V_2}{R} - I_E &= 0 \\ \frac{V_2 - V_1}{R} + I_D &= 0 \\ V_1 &= E \\ (V_2 = V_D) \end{aligned}$$

Grafička interpretacija problema

$$\frac{E - V_D}{R} = I_E = I_R = I_D$$

$$I_D = I_S \left( e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right)$$



Grafička interpretacija problema - linearizacija

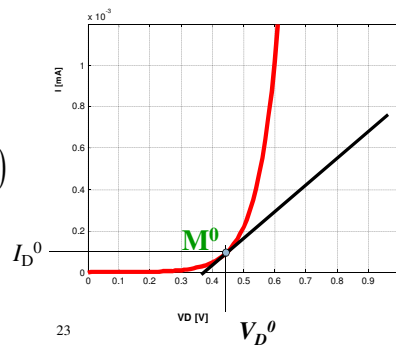
$$I_D = I_S \left( e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_D \approx I_D|_{V_D=V_D^0} + \left. \frac{dI_D}{dV_D} \right|_{V_D=V_D^0} (V_D - V_D^0)$$

$$I_D^0 = I_D|_{V_D=V_D^0}$$

$$G_D^0 = \left. \frac{dI_D}{dV_D} \right|_{V_D=V_D^0}$$

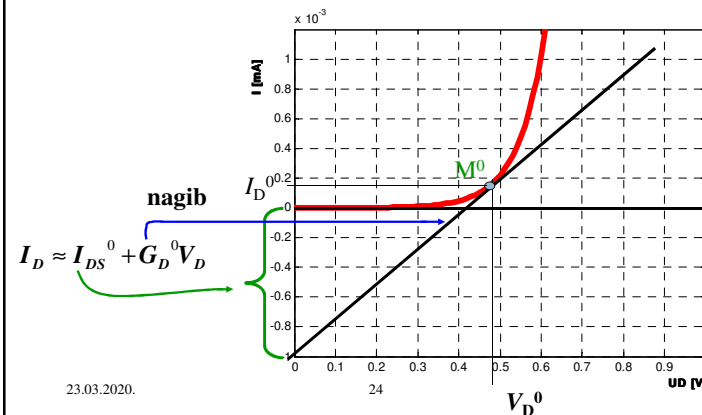
$$I_D \approx I_D^0 + G_D^0 (V_D - V_D^0)$$

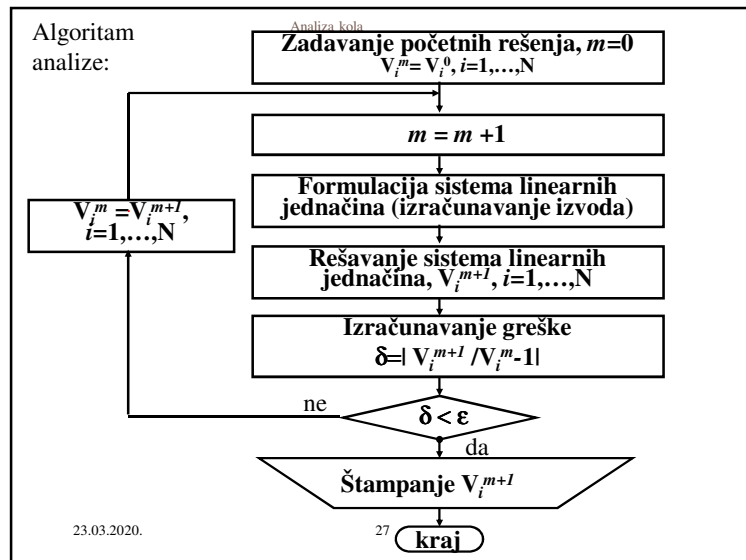
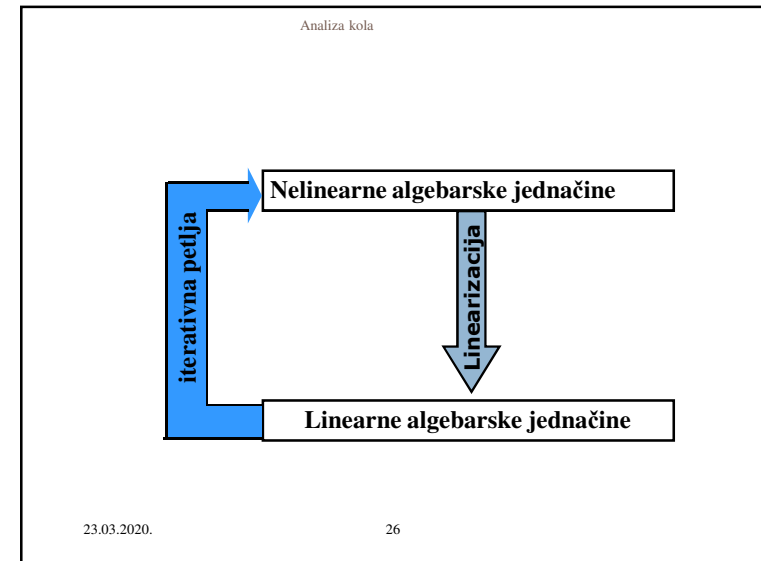
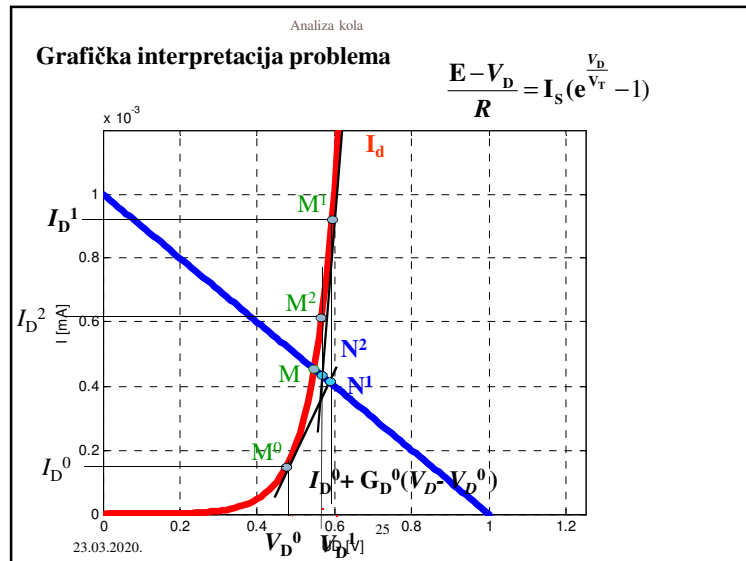


Grafička interpretacija problema - linearizacija

$$I_D \approx I_{DS}^0 + G_D^0 (V_D - V_D^0)$$

$$I_{DS}^0 = I_D^0 - G_D^0 V_D^0$$





Analiza kola

### Specifičnosti analize nelinearnih kola u DC domenu

Linearizacija nelinearne karakteristike tangantom u radnoj tački.

Iterativno se približava tačnom rešenju do unapred definisane tačnosti.

Potrebno je definisati početno rešenje u nultoj iteraciji.

Rešenje se nađe u desetak iteracija – toliko puta treba formirati i rešiti sistem linearnih algebarskih jednačina.

23.03.2020. 28

**Kako znamo da smo se približili tačnom rešenju?**

Posmatra se razlika između prethodnog i tekućeg rešenja i definiše se norma za relativnu grešku:

$$\delta = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{V_i^{m+1}}{V_i^m} - 1 \right)^2}$$

i apsolutnu grešku

$$\Delta = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( V_i^{m+1} - V_i^m \right)^2}$$

23.03.2020.





29

U programu *Spice* relativna greška,  $\epsilon$ , definisana je parametrom **RELTOL**.

Podrazumevana vrednost je **RELTOL=0.001**

U naredbi **.OPTIONS**, vrednost parametra **RELTOL** može da se promeni.

Ukoliko se **RELTOL** poveća, broj iteracija, a time i vreme analize se smanjuje, ali je smanjena i tačnost.

**RELTOL**   $\Rightarrow$  Broj iteracija   
 Vreme analize   
 Tačnost 

23.03.2020.

30

Ukoliko se tačno rešenje nalazi u blizini nule, sa približavanjem tačnom rešenju, raste relativna greška.

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{V_i^{m+1}}{V_i^m} - 1 \right)^2}$$

Zato je u kriterijumu izlaska iz iterativne petlje potrebno da se prati i apsolutna greška.

23.03.2020.

31

U programu *Spice*, apsolutne greške definisane su za struju parametrom **ABSTOL=1pA**

za napon parametrom **VNTOL=1 $\mu$ V**

za naelektrisanje **CHGTOL=0.01pC**

U naredbi **.OPTIONS**, vrednosti parametara mogu da se promene.

Podrazumevane vrednosti važe kada se očekuju rešenja u kojima su

naponi reda veličine volta **1V-10V**

struje reda veličine **mA**



**Specifičnosti analize nelinearnih kola u DC domenu**

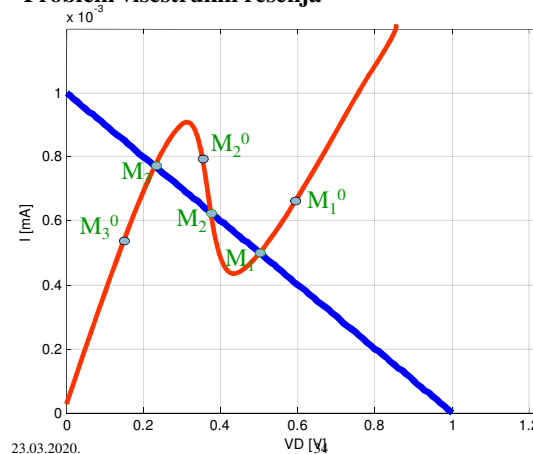
Linearizacija nelinearne karakteristike tangentom u radnoj tački.

Iterativno se približava tačnom rešenju do unapred definisane tačnosti.

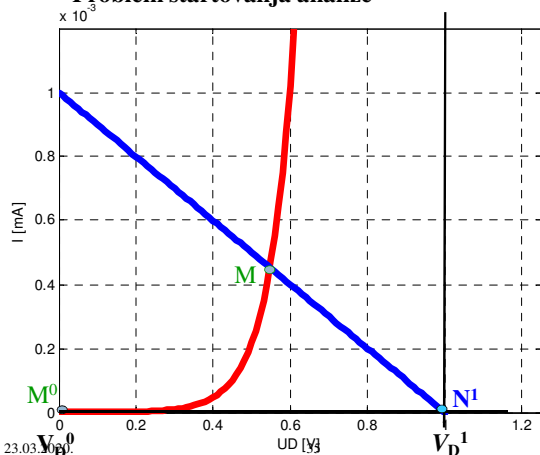
Potrebno je definisati početno rešenje u nultoj iteraciji.

Rešenje se nađe u desetak iteracija – toliko puta treba formirati i rešiti sistem linearnih algebarskih jednačina.

**Problem višestrukih rešenja**

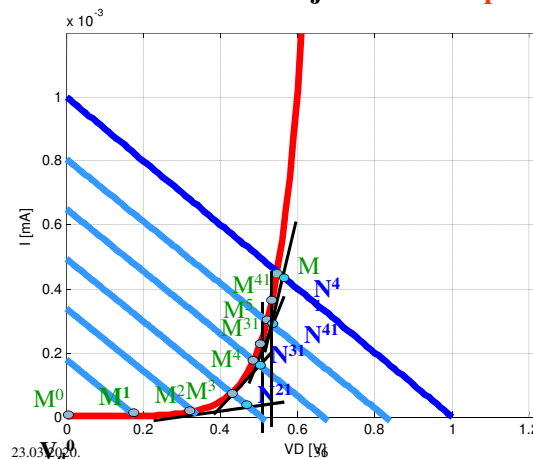


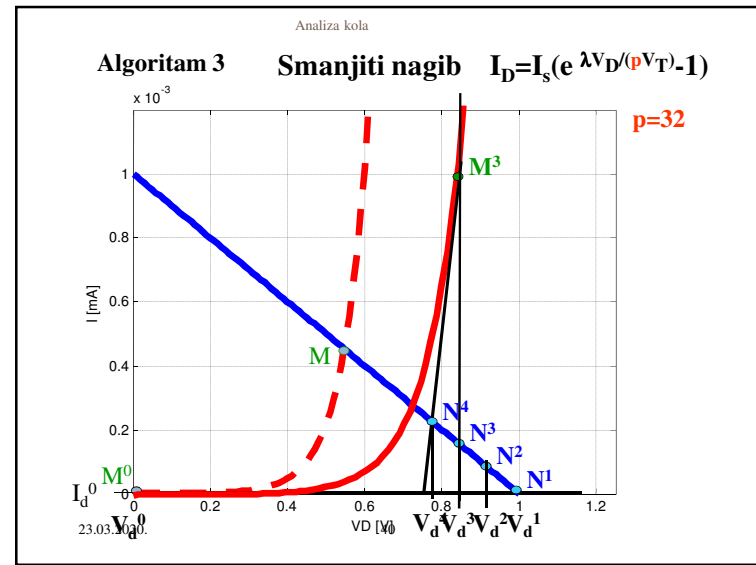
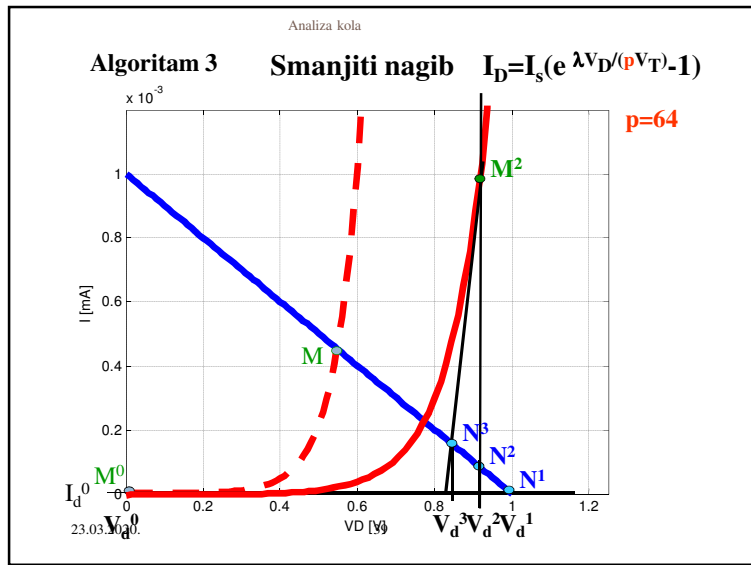
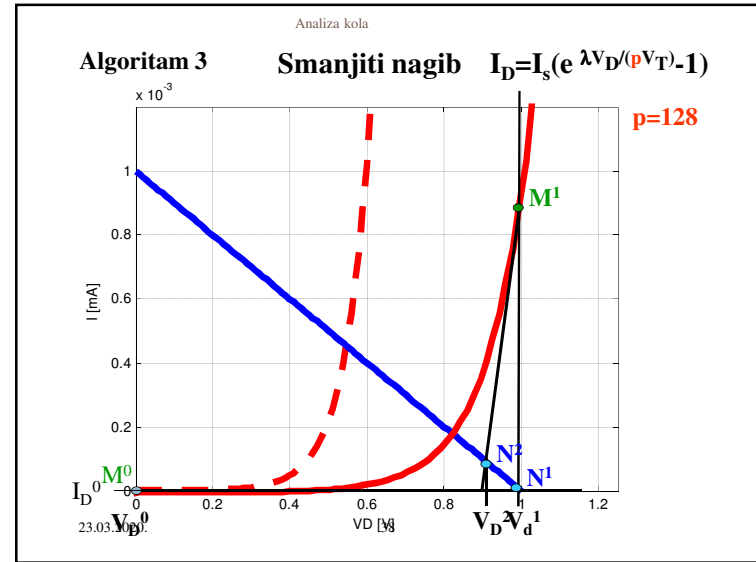
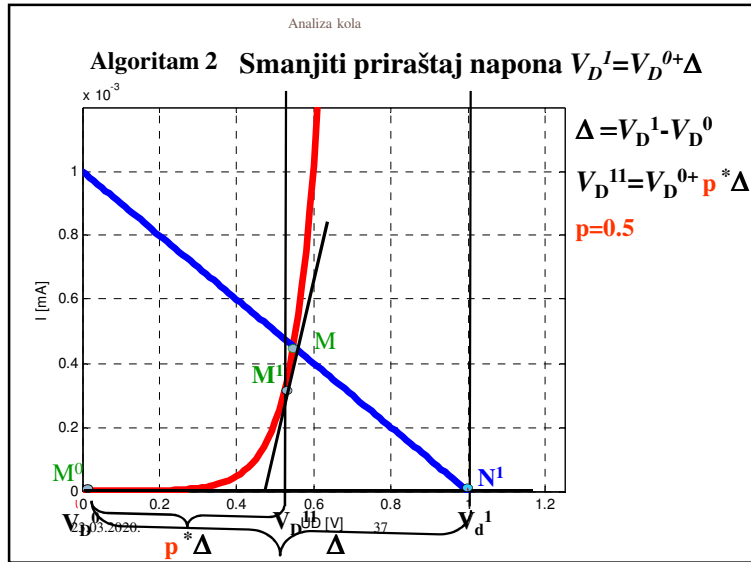
**Problem startovanja analize**

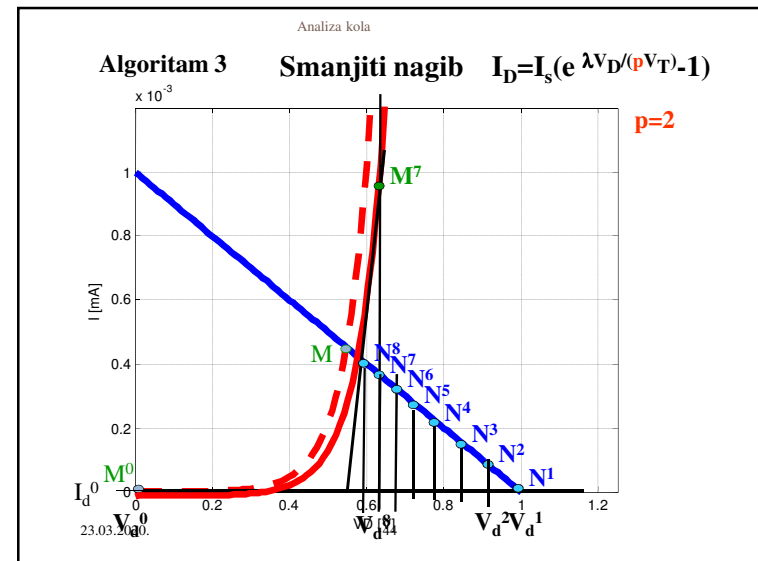
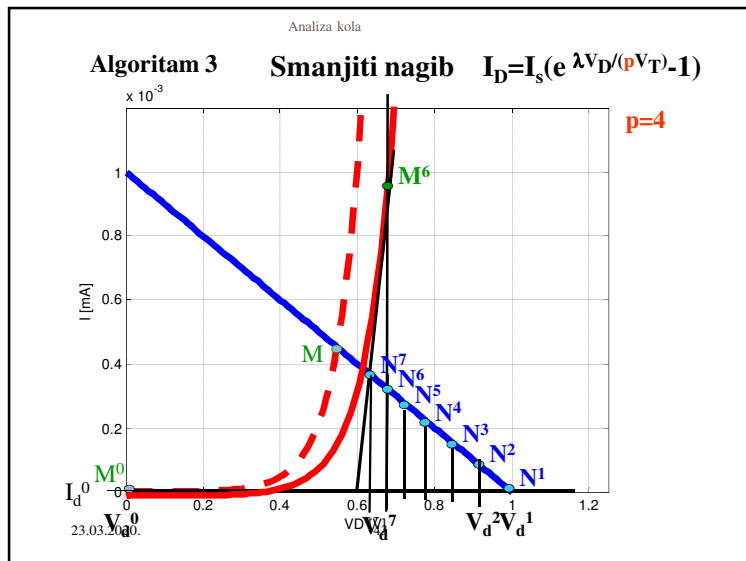
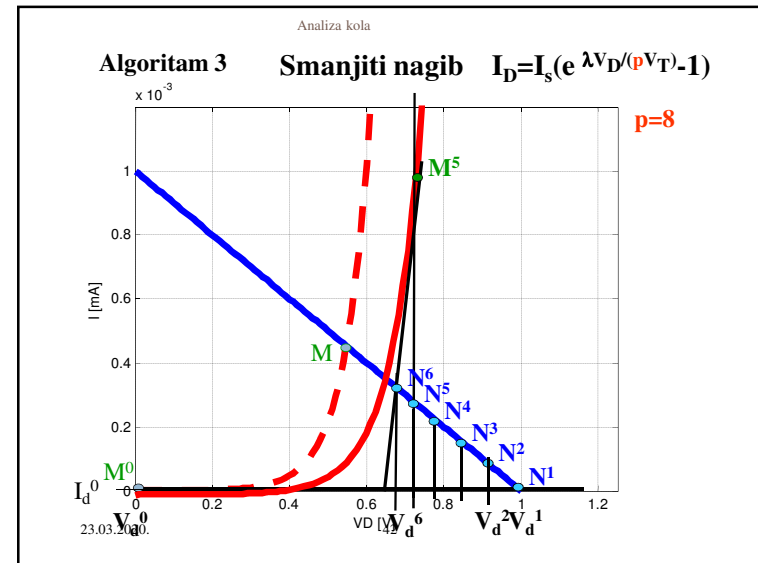
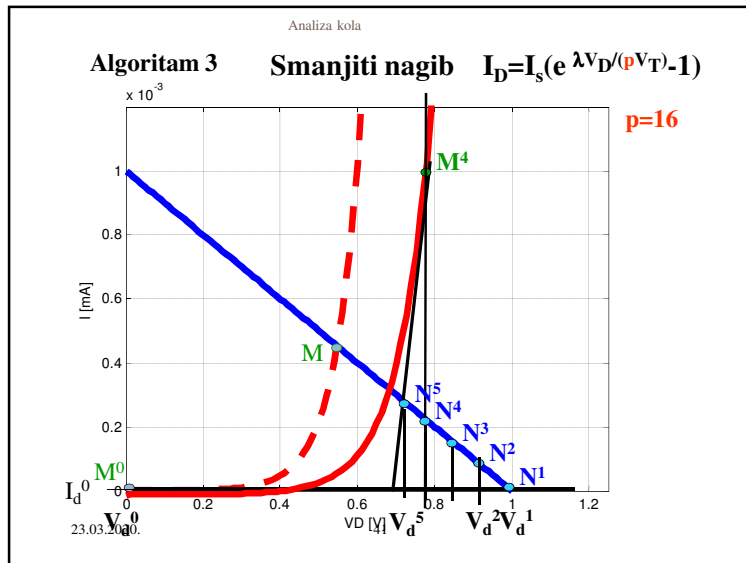


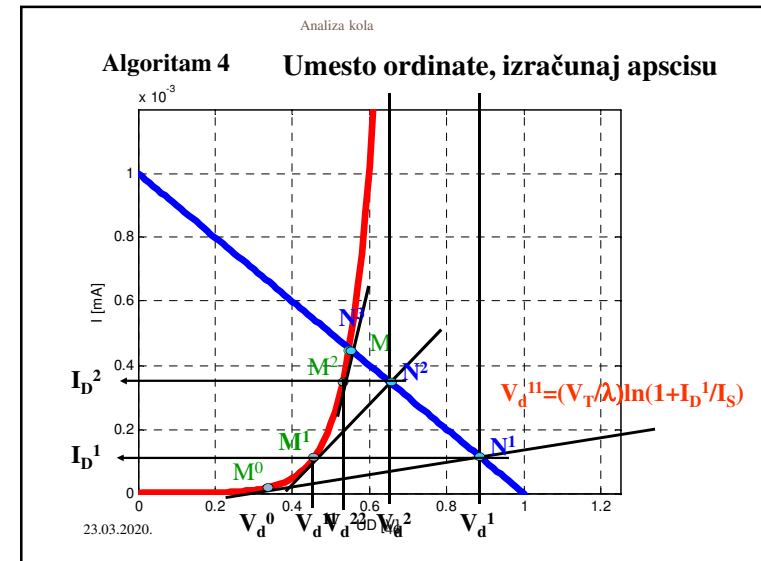
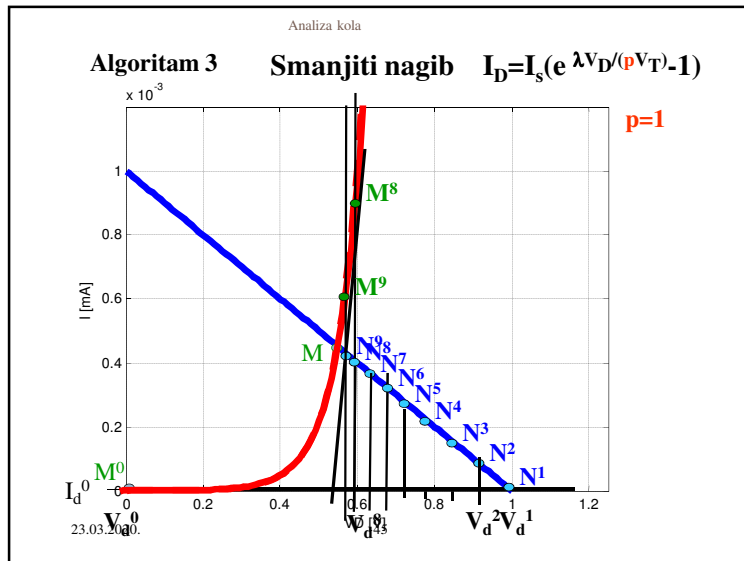
**Algorithm 1 Priraštaj izvora  $E=E \cdot p/10$**

$p=1,2,.. 10$









Analiza kola

### Specifičnosti analize nelinearnih kola u DC domenu

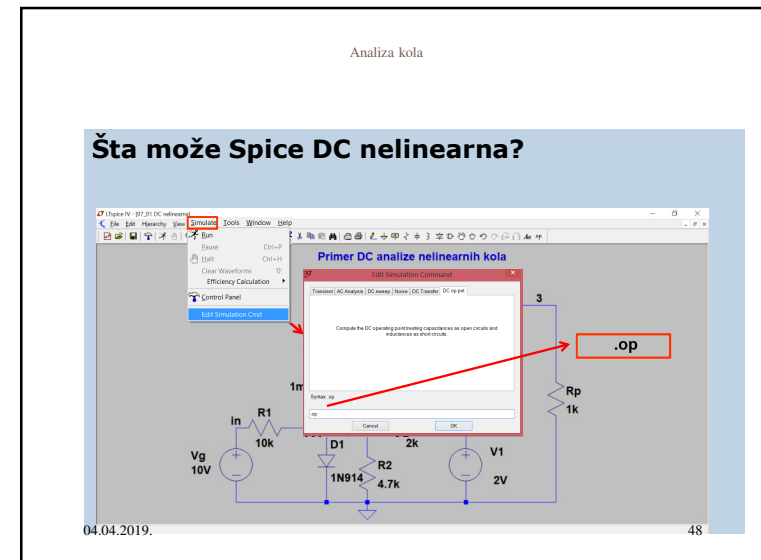
Linearizacija nelinearne karakteristike tangentom u radnoj tački.

Iterativno se približava tačnom rešenju do unapred definisane tačnosti.

Potrebno je definisati početno rešenje u nultoj iteraciji.

Rešenje se nađe u desetak iteracija – toliko puta treba formirati i rešiti sistem linearnih algebarskih jednačina.

23.03.2020. 47



### Šta može Spice DC nelinearna?

--- Operating Point ---		
V1(2)	0.947051	voltage
V1(1)	0.977976	voltage
V1(0)	0.4319	voltage
V1(0)(1)	0	voltage
I1(1)	0.00090930	current
I1(2)	0.00090930	current
I1(0)	-0.00090930	current
D1(1)	0.00000000	current
D1(2)	0.00000000	current
D1(0)	0.00000000	current
D1(0)	0.00000000	current
D1(1)	0.00000000	current
D1(2)	0.00000000	current
D1(0)	0.00000000	current
D1(1)	0.00000000	current
D1(2)	0.00000000	current
D1(0)	0.00000000	current
D1(1)	0.00000000	current
D1(2)	0.00000000	current

### Šta može Spice DC nelinearna?

dc Vg -5 5 0.1

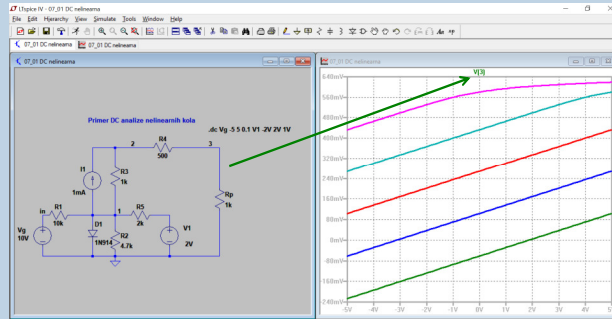
### Šta može Spice DC nelinearna?

V1

### Šta može Spice DC nelinearna?

.dc Vg -5 5 0.1 V1 -2V 2V 1V

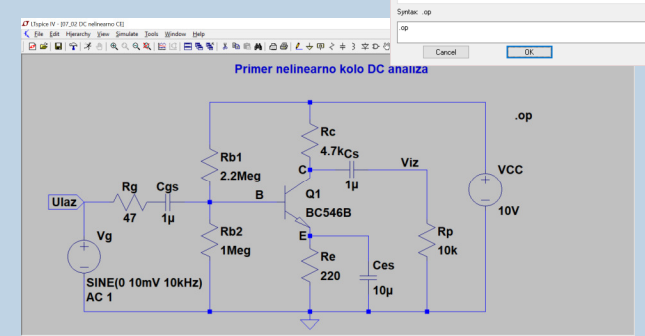
# Šta može Spice DC nelinearna?



04.04.2019.

53

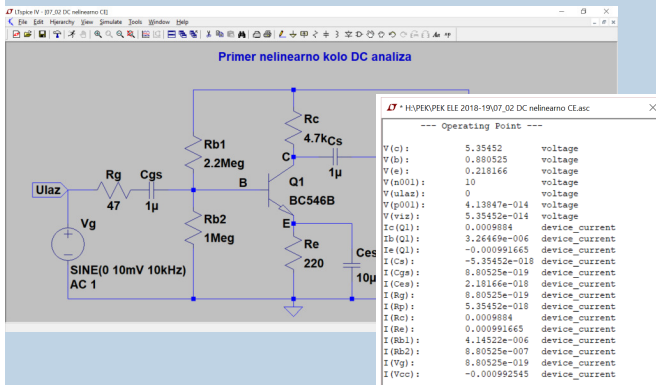
# Šta može Spice DC nelinear



04.04.2019.

54

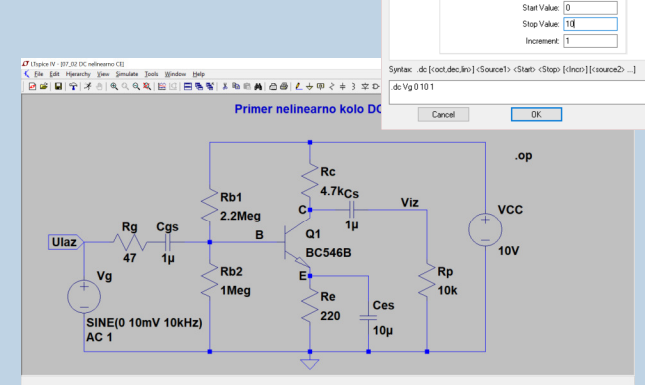
# Šta može Spice DC nelinearna?



04.04.2019.

55

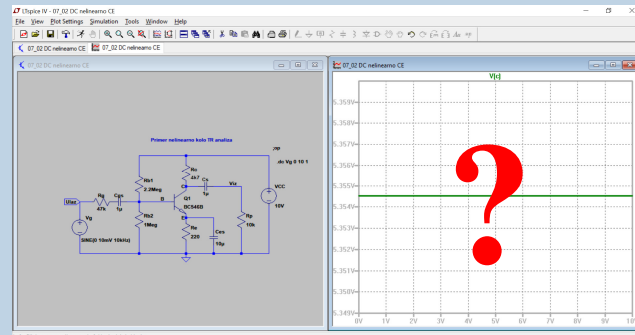
# Šta može Spice DC nelinear



04.04.2019.

56

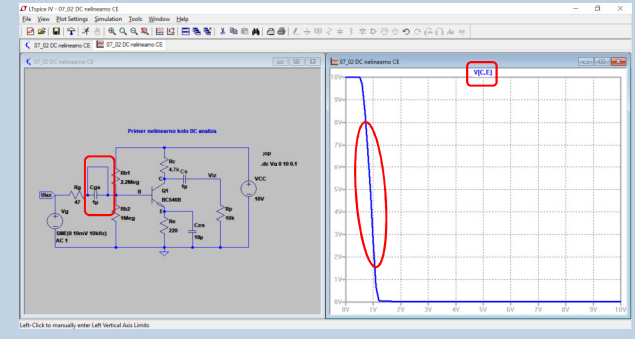
## Šta može Spice DC nelinearna?



04.04.2019.

57

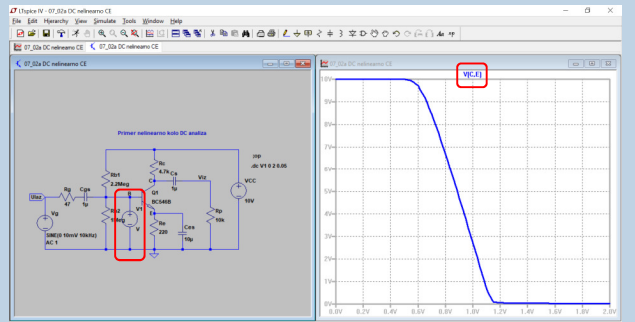
## Šta može Spice DC nelinearna?



04.04.2019.

58

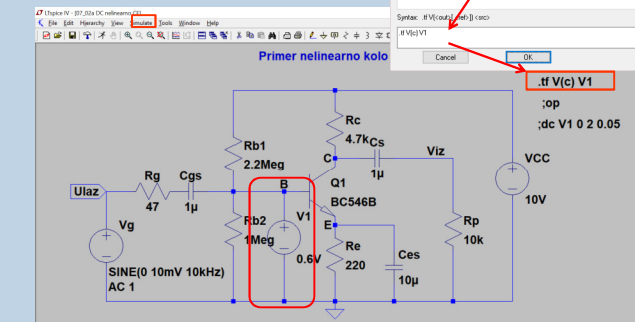
## Šta može Spice DC nelinearna?



04.04.2019.

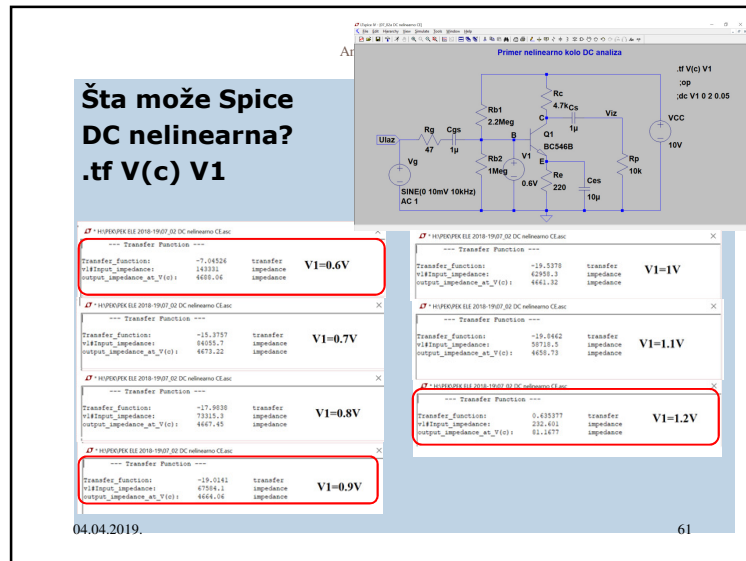
59

## Šta može Spice DC nelinearna?



04.04.2019.

60

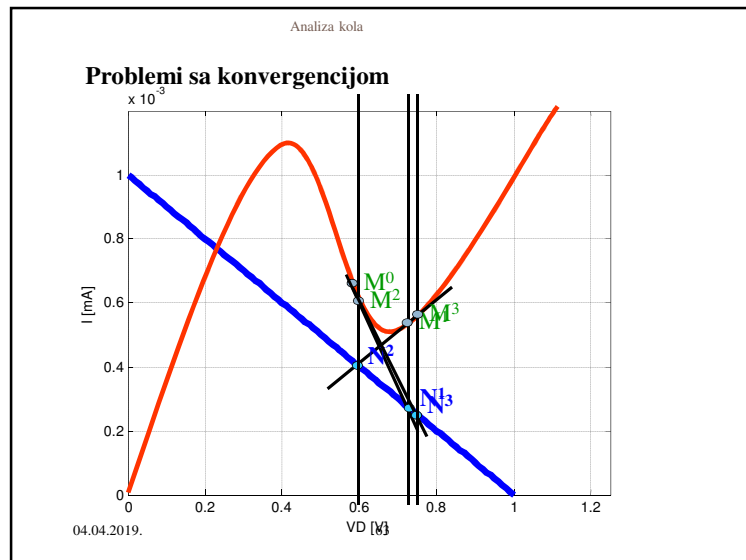


Analiza kola

### Specifičnosti analize nelinearnih kola u DC domenu

Šta ako se ne nađe rešenje?  
Kako dolazi do takvog problema?

04.04.2019. 62



Analiza kola

Zbog toga što postoje problemi u kojima se ne dolazi do konvergencije u razumnom broju iteracija, jedan od kriterijuma za izlazak iz iterativne petlje jeste dostizanje maksimalnog broja iteracija.

Dakle osim relativne (RELTOL) i apsolutne (ABSTOL) greške, proverava se maksimalni broj iteracija. Ukoliko se ne dođe do rešenja, korisnik se obaveštava da nije nađeno rešenje.

U LTSpice to je parameter “itl1“, čija je podrazumevana vrednost 100, a može da se promeni pozivanjem naredbe .OPTIONS.

04.04.2019. 64



## Analiza nelinearnih kola u DC domenu

Šta treba da znamo?

**Elementarno (za potpis)**

**Koliko puta se formira i rešava sistem jednačina pri jednoj analizi nelinearnog otpornog kola u jednosmernom domenu?**

**Osnovna (za 6)**

1. **Uticaj veličine parametara RELTOL, ABSTOL i VNTOL na tačnost i brzinu analize programa Spice?**

04.04.2019.

65

## Analiza nelinearnih kola u DC domenu

Šta treba da znamo?

**Ispitna pitanja**

- a) **Analiza nelinearnih otpornih kola (DC režim) – opšti algoritam?**
- b) **Izbor početnog rešenja pri analizi nelinearnih kola.**
- c) **Numerički problemi pri analizi nelinearnih kola.**

04.04.2019.